Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 13.12.2017

8. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 20:
Es sei eine Triangulierung eines beschränkten Gebietes $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ und eine Funktion u, die auf jedem Dreieck C^1 ist, gegeben.

Zeigen Sie:

$$u \in H^1(\Omega) \Longleftrightarrow u \in C(\bar{\Omega})$$

Hinweis: $u \in H^1(\Omega) \Longleftrightarrow u \in L^2(\Omega)$ und u besitzt schwache Ableitungen in $L^2(\Omega)$.

Aufgabe 21:

(a) Geben Sie eine stetige Funktion auf [0,1] an, die nicht in $H^1(0,1)$ enthalten ist.

(b) Sei Ω eine Kugel im $\mathbb{R}^3$ mit Zentrum im Ursprung. Zeigen Sie: Für $\alpha < 1/2$ ist durch $u(x) = \|x\|^{-\alpha}$ eine Funktion in $H^1(\Omega)$ gegeben.

Aufgabe 22:
Sei $\Omega = [a, b]$ ein reelles Intervall. Dann ist $H^1(a, b) \subset C[a, b]$.
Hinweis:

(a) Zeigen Sie: $|v(x)| \leq C\|v\|_1$ für $v \in C^\infty[a, b]$.

(b) Benutzen Sie die Dichte von C^∞ in H^1 bezüglich der $\| \cdot \|_1$-Norm.

Besprechung in der Übung am 21.12.2017 um 16 Uhr.
Ansprechpartner: Balázs Kovács,
`kovacs@na.uni-tuebingen.de`, Sprechstunden: Di 13–14, Do 10–12.