Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 30.10.2015

3. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 5:
Zeigen Sie, dass für die Lösung der Mehrzielgleichungen gilt:

$$\Delta x_j = \sum_{l=0}^{m-1} G_{jl} F_l - E_{m-j}^{-1} F_m,$$

mit

$$E_{m-j} := A R_0^{-1} \cdots R_{j-1}^{-1} + B R_{m-1} \cdots R_j$$

und

$$G_{jl} = \begin{cases} E_{m-j}^{-1} A R_0^{-1} \cdots R_l^{-1} & l < j, \\ -E_{m-j}^{-1} B R_{m-1} \cdots R_{l+1} & l \geq j, \end{cases}$$

wobei wir leere Produkte als I auffassen. Die Matrix (G_{jl}) kann also als diskretes Analogon der Green'schen Funktion aus Aufgabe 3 aufgefasst werden.

Hinweis: Zeigen und benutzen Sie $E_{m-(j+1)} R_j = E_{m-j}$, und benutzen Sie die Formeln von die Vorlesung.

Aufgabe 6:

Wie sieht das Runge–Kutta-Verfahren aus, das zum Kollokationsverfahren mit einem (einzigen) Knoten $c_1 = 1/2$ äquivalent ist?

Aufgabe 7: Betrachten Sie das lineare Randwertproblem

$$y' = C(t)y, \qquad Ay(a) + By(b) = r.$$

Wenn Sie auf dieses Randwertproblem das Kollokationsverfahren aus Aufgabe 6 als Mehrzielmethode anwenden, so erhalten Sie ein lineares Gleichungssystem. Geben Sie dieses an.

Besprechung in der Übung am 16.11.2015.