Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 02.02.2018

13. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

Programmieraufgabe 4:

Lösen Sie näherungsweise das Problem

$$\begin{aligned} -\Delta u &= 1 \quad \text{in } \Omega, \\ u &= 0 \quad \text{auf } \Gamma, \end{aligned}$$

für das Einheitsquadrat $\Omega = [0,1]^2$, mit einem Zweigitter- oder (wenn Sie möchten) mit einem Mehrgitterverfahren mit finite Differenzen-Verfahren. Bentzen Sie zwei Gauß-Seidel-Iterationen als Glättungsschritte. Benutzen Sie für die Restriktion und Prolongation z.B. lineare Interpolation (Hinweis: Was ist die Relation zwischen P und R^T?).

Zur berechnung des diskreten Laplace operators, Sie können die Folgende Matlab Funktion benützen.

Als Beispiel knnen Sie das (unvollstendige) Lösungsskript benützen.

Bitte wenden!

Ansprechpartner: Balázs Kovács,
`kovacs@na.uni-tuebingen.de`, Sprechstunden: Di 13–14, Do 10–12.

```
function A=FD_SteifigkeitsMatrix(h)
% A - die Steifigkeitsmatrix die zum 5-Stern
%      finite Differenz approximation geh rt
% h - Gitterweite

% Anzahl von Knoten in eine Richtung die nicht auf dem Rand liegen
% (mit Rand n+2 x n+2 Grid)
n=1/h-1;

%% Steifigkeitsmatrix
% Hilfsvektor
e=ones(n,1);
% Hilfmatrizen
D=sparse(4*diag(e));
nD=spdiags([e 0*e e],[-1 0 1], n,n);
id=spdiags(e,[0], n,n);
% Steifigkeitsmatrix
A=1/h^2 * (kron(id,D-nD) + kron(nD,-id));
```

```
function PA4_script

h=1/32; % Gitterweite
n=1/h-1;
N=n^2; % Gr e des LGS

% Matrix
A=FD_SteifigkeitsMatrix(h);
% Lastvektor
b=ones(N,1);

% l\"osung des LGS
u=A\b;

%% Figure ohne Randwerten(!)
figure
surf(reshape(u,n,n))
```