Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 18.10.2015

1. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 1:
(a) Bestimmen Sie die Lösung des 1-diminsionalen Anfangswertproblems

$$y'(t) = \lambda y(t), \quad y(t_0) = y_0 \in \mathbb{R}, \qquad \lambda \in \mathbb{R},$$

für ein fest gewähltes t_0.

(b) Verwenden Sie dieses Ergebnis für den Übergang in höhere Dimensionen. Geben Sie dafür die Resolvente $R(\cdot,\cdot)$ des d-dimensionalen Anfangswertproblems

$$y'(t) = Ay(t), \quad y(t_0) = y_0 \in \mathbb{R}^d, \qquad A \in \mathbb{R}^{d\times d}, \tag{$*$}$$

für ein fest gewähltes t_0 explizit an und führen Sie durch deren Einsetzen in die Differentialgleichung $(*)$ eine Probe durch.

(c) Lassen sich diese Überlegungen auch für den Fall eines nicht konstanten $A(t) \in \mathbb{R}^{d\times d}$ übertragen?

Aufgabe 2:
Sei $R(\cdot,\cdot)$ die Resolvente der linearen Differentialgleichung $\tilde{y}'(t) = C(t)\tilde{y}(t)$, mit $C(t) \in \mathbb{R}^{d\times d}$. Zeigen Sie:

(a) Für festes t_0 ist $R(\cdot, t_0)$ die Lösung des Problems

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} R(t,t_0) = C(t)R(t,t_0), \qquad R(t_0,t_0) = I.$$

(b) Die Lösung des inhomogenen Anfangswertproblems

$$y'(t) = C(t)y(t) + q(t), \qquad y(t_0) = y_0 \in \mathbb{R}^d$$

ist gegeben durch

$$y(t) = R(t,t_0)y_0 + \int_{t_0}^{t} R(t,s)q(s)ds.$$

Besprechung in den Übungen am 26.10.2015.
Ansprechpartner: Balázs Kovács,
`kovacs@na.uni-tuebingen.de`, Sprechstunden: Di 13–14, Do 10–12.

Bitte, melden Sie in URM zu den Übungen an.