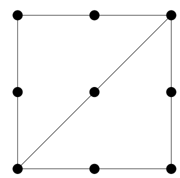
Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 15.12.2015

10. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 26:
Geben Sie die Basisfunktionen für ein Dreieckselement mit quadratischem Polynomraum an. Geben Sie die globale Basisfunktion entsprechend dem Punkt $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ in der unten gezeichneten Triangulierung des Einheitsquadrates an.



Erläutern Sie, wie man die Basisfunktionen für das Dreieckselement mit kubischen Polynomen erhält.

Aufgabe 27:
Es sei ein Viereckselement mit 8 Knoten gegeben, dessen Kanten auf den Linien $|x| = 1$, $|y| = 1$ liegen. Die 8 Knoten seien die Ecken und die Kantenmittelpunkte des Vierecks.
Zeigen Sie: Durch Vorgabe der Werte an den 8 Knoten ist ein Polynom 3. Grades, dessen Restriktion auf die Kanten quadratische Polynome bilden, eindeutig bestimmt.

Aufgabe 28:
Sei der Finite-Elemente-Raum gebaut auf Grund von biquadratischen Elemente (d. h. $P = Q_2$ auf jedem Quadrat). Die Anzahl der Nicht-Null Einträge in den Zeilen der Steifigkeitsmatrix variiert:

(a) Wie viele Knoten sind Nachbarn eines Eck-Knotens ?

(b) Wie viele Knoten sind Nachbarn eines Mittelpunkt-Knotens ?

(c) Wie viele Knoten sind Nachbarn eines Zentrum-Knotens ?

Programmieraufgabe 4:
Lösen Sie näherungsweise das Problem $-\Delta u = 1$ in Ω, $u = 0$ auf $\partial\Omega$ auf dem Dreieck

$$\Omega = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$$

mit der finite Elemente-Methode mit rechtwinkligen Dreiecken der Kathetenlänge $h = 1/16$.

Besprechung in der Übung am 12.01.2016.
Abgabe der Programmieraufgabe bis 12.01.2016, 12 h s.t.
Ansprechpartner: Sarah Eberle,
`eberle@na.uni-tuebingen.de`, Sprechstunde nach Vereinbarung

Wir wünschen Ihnen frohe Weihnachten und einen guten Start ins neue Jahr