Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 14.10.2015

1. Übungsblatt zur Numerik stationärer Differentialgleichungen

Aufgabe 1:
Bestimmen Sie die Lösung des 1-diminsionalen Anfangswertproblems

$$y' = \lambda y, \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

für ein fest gewähltes t_0.

Verwenden Sie dieses Ergebnis für den Übergang in höhere Dimensionen. Geben Sie dafür die Resolvente $R(\cdot,\cdot)$ des d-dimensionalen Anfangswertproblems

$$y' = Ay, \quad A \in \mathbb{R}^{d\times d} \quad (*)$$

für ein fest gewähltes t_0 explizit an und führen Sie durch deren Einsetzen in die Differentialgleichung $(*)$ eine Probe durch.

Lassen sich diese Überlegungen auch für den Fall eines nicht konstanten $A(t) \in \mathbb{R}^{d\times d}$ übertragen?

Aufgabe 2:
Sei $R(\cdot,\cdot)$ die Resolvente der linearen Differentialgleichung $y' = C(t)y$. Zeigen Sie:

(a) Für festes t_0 ist $R(\cdot, t_0)$ die Lösung des Anfangswertproblems

$$\frac{d}{dt} R(t,t_0) = C(t)R(t,t_0), \qquad R(t_0,t_0) = I.$$

(b) Die Lösung des inhomogenen Anfangswertproblems

$$y' = C(t)y + q(t), \qquad y(t_0) = y_0$$

ist gegeben durch

$$y(t) = R(t,t_0)y_0 + \int_{t_0}^{t} R(t,s)q(s)ds.$$

Besprechung in den Übungen am 20.10.2015.
Ansprechpartner: Sarah Eberle,
`eberle@na.uni-tuebingen.de`, Sprechstunde nach Vereinbarung

Die Anmeldung zu den Übungen findet in der ersten Vorlesung statt.