Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 17.07.2017

12. Übungsblatt zu Algorithmen der Numerischen Mathematik

Aufgabe 35: (Lineare Optimierer)

(a) Seien $A = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{smallmatrix}\right)$, $b = (6,1)^T$ und $c = (13,0,0,12)^T$. Zeigen Sie: $(0,6,1,0)^T$ ist die einzige Lösung der linearen Optimierungsaufgabe

$$\begin{cases} Ax = b \\ x \geq 0 \\ c^T x = \min! \end{cases}$$

(b) Nun sei A die Einheitsmatrix und b und c seien Vektoren mit positiven Einträgen. Bestimmen Sie die Lösung der linearen Optimierungsaufgabe

$$\begin{cases} Ax \geq b \\ x \geq 0 \\ c^T x = \min! \end{cases}$$

Aufgabe 36: (Bedingungen für Optimalität)

Zur linearen Optimierungsaufgabe $Ax = b$, $x \geq 0$, $c^T x$ minimal! sei

$$L(x,y) := c^T x - y^T(Ax - b)$$

die Lagrangefunktion. Zeigen Sie für $x \geq 0$: x, y sind genau dann optimal für das primale bzw. duale Problem, wenn (x,y) Sattelpunkt von L ist, d.h.

$$\max_{v \in \mathbb{R}^m} L(x,v) = L(x,y) = \min_{u \in \mathbb{R}^n_+} L(u,y).$$

Hinweis: Wählen Sie für die Rückrichtung v und u geschickt.

Besprechung in den Übungen am 25.07.2017
Ansprechpartnerin: Sarah Eberle,
`eberle@na.uni-tuebingen.de`, Sprechstunde: Donnerstag 9-10 Uhr

Programmieraufgabe 8: Implementieren Sie den Simplexalgorithmus und testen Sie Ihr Programm an dem Beispiel von Klee und Minty mit $\sum_{i=1}^n 2^{n-i} x_i = \max!$ und

$$\sum_{j=1}^{i-1} 2^{i-j+1} x_j + x_i \leq 5^i, \quad 1 \leq i \leq n,$$

$$x \geq 0$$

mit $n = 3, 4, 5$. Überführen Sie das Problem zuerst in Standardform. Starten Sie jeweils mit der Ecke $x = (b^T \, 0 \, \dots \, 0)^T$, wobei $b = (5 \, 5^2 \, \dots \, 5^n)^T$. Plotten Sie die Kosten in Abhängigkeit von der Anzahl der Iterationsschritte. Wieviele Schritte benötigt das Verfahren für dieses Beispiel?

Abgabe Programmieraufgabe 24.07.2017 12h an `progtutor@na.uni-tuebingen.de`