Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Christian Lubich

Tübingen, den 15.05.2017

5. Übungsblatt zu Algorithmen der Numerischen Mathematik

Aufgabe 15: Zeigen Sie: Die QR-Zerlegung ist eindeutig bis auf Multiplikation mit einer Diagonalmatrix, genauer:

$$QR = (QD)(D^{-1}R),$$

wobei $D = \mathrm{diag}(d_1, \ldots, d_n)$, $|d_i| = 1$ für alle $i = 1, \ldots, n$.

Aufgabe 16:

(a) Zeigen Sie: Ist H tridiagonal und symmetrisch und $H = QR$ eine QR-Zerlegung von H, so ist $\tilde{H} = RQ$ tridiagonal und symmetrisch und lässt sich aus H in $\mathcal{O}(n)$ Operationen berechnen.

(b) Geben Sie einen Algorithmus an, der die QR-Zerlegung einer symmetrischen Tridiagonalmatrix der Dimension n mit einem Aufwand $\mathcal{O}(n)$ berechnet.

Besprechung in den Übungen am 23.05.2017
Ansprechpartnerin: Sarah Eberle,
`eberle@na.uni-tuebingen.de`, Sprechstunde: Donnerstag 9-10 Uhr

Programmieraufgabe 3:

Programmieren Sie die direkte Potenzmethode. Plotten Sie den Fehler für die folgendendermaßen definierten Testmatrizen:

```
n = length(d);
S = triu(diag(n:-1:1,0) + ones(n,n));
A = S*diag(d,0)*inv(S);
```

und

```
n = length(d);
z = diag(sqrt(1:n),0) + ones(n,n);
[Q R] = qr(z);
B = Q*diag(d,0)*Q';
```

mit

1. `d = (1:10)';`
2. `d = [ones(9,1); 2];`
3. `d = 1-2.^(-(1:0.5:5));`

Programmieraufgabe 4:

Programmieren Sie die inverse Potenzmethode. Plotten Sie den Fehler für die Testmatrizen aus PA3.

Abgabe Programmieraufgabe 29.05.2017 12h an `progtutor@na.uni-tuebingen.de`